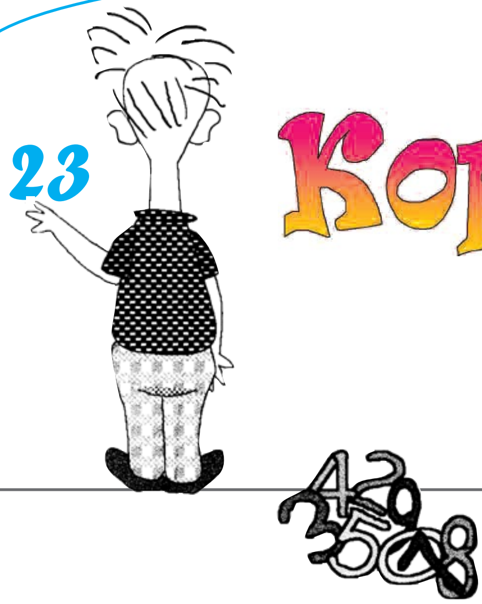
23

Kopf und Zahl

JOURNAL
des **Vereins für Lerntherapie und Dyskalkulie e.V.**
in Zusammenarbeit mit den **Mathematischen Instituten zur Behandlung der Rechenschwäche**
23. AUSGABE, Frühjahr 2015
www.dyskalkulie.de



Auf den Anfang kommt es an:

Früherkennung und Prävention von Rechenschwäche – Beobachtungskriterien und Aufgabenstellungen für den Anfangsunterricht

Kerstin Schuckmann
Integrative Dyskalkulietherapeutin, MLI Düsseldorf

Rechenschwäche entsteht nicht erst im Laufe der schulischen Entwicklung von Kindern. Auch im ersten oder zweiten Schulbesuchsjahr ist es keine Frage, *ob* sich Kinder mit einer Rechenschwäche/Dyskalkulie in einer Schulklasse befinden oder nicht; es ist vielmehr die Frage, *wie viele* es sind und vor allem: *welche*.

Um eine Manifestierung der Rechenschwäche zu verhindern, ist es entscheidend, diese Kinder möglichst schon zu Beginn bzw. zur Mitte des ersten Schuljahres zu erkennen.

Häufig fallen aber rechenschwache Kinder im Anfangsunterricht zunächst nur dadurch auf, dass sie etwas mehr Zeit für die Bewältigung von Aufgabenstellungen brauchen. Es entsteht der Eindruck, diese Kinder seien einfach nur etwas langsamer, benötigten mehr Übung oder seien vielleicht im Bereich des Mathematischen etwas weniger ‚begabt'.

Die vermeintliche Langsamkeit ist aber oftmals Ausdruck eines mangelnden Verständnisses elementarer Abstraktionen sowie grundlegender Lücken bei der Mengen- und Zahlbegriffsbildung. Solange die Zählwege noch kurz sind, können manche Kinder dies durch ihre Zählstrategien (‚die ein bisschen mehr Zeit brauchen,) kompensieren und dadurch längere Zeit weitgehend unauffällig bleiben. Es gilt aber, dass Kinder, die Ende der ersten Klasse Aufgaben wie 9-6 oder 19-7 noch zählend rechnen, in aller Regel rechenschwach sind.

Durch rechtzeitiges Aufdecken der Problematik kann man gerade im Anfangsunterricht durch gezielte Förderung, die auf die Behebung der Schwierigkeiten bei der Mengen- und Zahlbegriffsbildung abzielt, die Grundlage für ein erfolgreiches Mathematiklernen nachträglich erarbeiten – und zwar bevor ein völliges Fehlverständnis mathematischer Zusammenhänge entsteht und die Kinder im Mathematikunterricht scheitern (vergl. Screening- und Förderprogramm ILSA (Bochum 2013) oder die vorschulische Arbeit mit LEA-0 (Osnabrück 2012)).

Um sinnvoll fördern zu können, sollten Schwierigkeiten der Kinder bei Zuordnungen sowie Verständnislücken bei der Invarianz oder der Repräsentanz von Mengen und beim Operationsverständnis erkannt werden.

Ziel der folgenden Überlegungen ist es nicht, ein quantitatives Testverfahren mit anschließender Diagnosemöglichkeit vorzustellen. Es geht vielmehr darum, den diagnostischen Blick zu schärfen und Aufgabenstellungen zu kennzeichnen, die sinnvoll sind, um Lücken in den genannten Bereichen aufzudecken und so die Grundlagen für eine sinnvolle Förderung bereits im Anfangsunterricht zu schaffen.

Bei der Überprüfung, die nicht in der Gruppe oder im Klassenverband, sondern in einer entspannten Face-to-face-Situation stattfinden sollte, muss vor allem sichergestellt werden, dass nicht sprachliche Probleme oder mangelnde Einsicht in das Aufgabenmaterial verhindern, dass an sich vorhandene Einsichten umgesetzt werden können. Die Fragen soll-

Inhalt

ten so gestellt und ggf. erläutert werden, dass davon ausgegangen werden kann, dass das Kind die Aufgabenstellung verstanden hat. Sofern ein Kind Aufgaben nicht alleine lösen kann, sollte jederzeit Hilfestellung (Materialien können genutzt werden, Hinweise des Testleiters sind „erlaubt“) angeboten werden. Spannend ist in der Beobachtung nicht nur, *welche* Hilfen das Kind benötigt, sondern auch, *ob und in wie weit* das Kind Hilfestellungen zu nutzen bereit ist. Welche Tipps angenommen werden, und vor allem *wie* das Kind die Hilfestellungen umsetzt, kann wichtige Hinweise darauf geben, wie die (richtige oder falsche) mathematische Denkweise des Kindes aussieht und vor allem, welche Auswirkungen die mathematischen Probleme bereits auf die Selbstsicht und somit auf die emotionale Situation des Kindes haben.

Zählfertigkeiten

Ein Großteil der Schulanfänger besitzt bereits die Fähigkeit, die Zahlwortreihe zumindest im Zahlenraum bis 10 korrekt aufzusagen. Forschungsarbeiten belegen aber, dass Zählen wesentlich mehr beinhaltet als ein rein mechanisches Aufsagen der Zahlwortreihe und dass der Zählvorgang äußerst komplex ist.

Bereits bestehende Zählfertigkeiten von Kindern besagen nicht, dass sie bereits einen zutreffenden Zahlbegriff entwickelt haben, dass sie also den Zusammenhang von Zahlen und Mengen verstanden haben.

Dennoch sollte es Bestandteil der Überprüfung sein, das Kind zählen zu lassen, denn die Kenntnis der Zahlennamen und ihrer Ordnung ist eine Voraussetzung für die Integration des nominalen, des kardinalen und des ordinalen Aspektes der Zahl zum Zahlbegriff. Zur Überprüfung der Zählfertigkeit sollte das Kind von 6 an weiterzählen, dann von 7 an weiterzählen und dann von 12 rückwärts zählen.

Rechenschwache Kinder lernen die Zahlwortreihe häufig ähnlich auswendig wie das Alphabet. Das Vorwärtszählen gelingt den Kindern auf diese Weise noch relativ gut.

Beim Rückwärtszählen ergeben sich Probleme, die vergleichbar sind mit denen, die auch Erwachsene haben, die das Alphabet rückwärts aufsagen sollen. Wenn kein logischer Zusammenhang (wie etwa die sich wiederholende Addition von 1) erkennbar ist, geht es um das reine Auswendiglernen und dessen Reproduktion klappt immer am Besten in der Richtung, in der man sie gelernt hat.

Das Problem rechenschwacher Kinder, von einer bestimmten Zahl (z. B. 6, 28, 82) vorwärts oder rückwärts zu zählen, entspricht demnach dem Problem von uns allen, das Alphabet beginnend mit R, H oder S vorwärts oder gar rückwärts aufzusagen.

Wenn Kinder mit einem solchen positionalen Zahlverständnis Additions- oder Subtraktionsaufgaben mit Zählstrategien zu lösen versuchen, ergeben sich Probleme, die man veranschaulichen kann, indem man sie in „Buchstabenaufgaben“ übersetzt. Sehr schnell merken auch ‚gute’ Rechner, dass sie bald ihre Finger zur Hilfe nehmen (müssen).

Aufgaben für rechenschwache Kinder	**Aufgaben für Erwachsene**
Von 16 Rückwärts-zählen	Sage das Alphabet von P aus rückwärts auf.
5 + 3 =	Zähle von E 3 weiter.
7 - 5 =	Zähle von G 5 zurück.
3 + ( ) = 9	Wie viele Buchstaben sind es von C bis I?
( ) - 8 = 2	Von wo muss ich losgehen, wenn ich 8 zurückgegangen bin und bei B lande?

Unangemessene Zählstrategien, die ungewollt im Anfangsunterricht eingeübt und verfestigt werden, kompensieren nur ungenügend und vor allem kurzfristig die Entwicklung eines korrekten Zahlbegriffs, ohne den wiederum angemessene Einsichten in den Aufbau des Zahlsystems unmöglich werden.

Oberbegriffsbildung & Sortieren

Die Fähigkeit zur Oberbegriffsbildung fordert von Kindern das Erkennen und Benennen von Eigenschaften, sowie das Erkennen der Gleichheit von Eigenschaften unterschiedlicher Gegenstände und das Erkennen von Unterschieden bezüglich einer ausgewählten Eigenschaft. Beim Erkennen der Gemeinsamkeit muss das Kind das Kriterium (er-)kennen, unter dem Gegenstände ansonsten verschiedener Qualität zusammengefasst worden sind. Dafür muss es die anderen Qualitäten der jeweiligen Gegenstände außer Acht lassen. So muss derjenige, der Tiere aufzählen soll, die jeweils besonderen Eigenschaften der einzelnen Tiere ignorieren.

Das Sortieren, also das Zusammenfassen nicht identischer Objekte unter einen Oberbegriff, ist gleichzeitig eine Abstraktionsleistung. Unter Berücksichtigung des gemeinsamen Kriteriums, des Obergriffs, unter den sich beide Dinge subsumieren lassen, wird von den übrigen Eigenschaften der Objekte abgesehen. Im Prinzip sind diese Fertigkeiten drei- oder vierjährigen Kindern bereits möglich, ein Schulanfänger, der wider Erwarten nicht darüber verfügt, hat eine Voraussetzung für mathematisches Denken nicht erworben. Deshalb gilt es diese Kompetenzen zu überprüfen und gegebenenfalls nachholend durch Förderung möglichst schnell zu erwerben.

Beispiel: Dem Kind werden Plättchen verschiedener Farbe (4), Form (3) und Größe (2) gegeben. Das Kind soll die Plättchen sortieren. Beobachten Sie, nach welchen Kriterien das Kind ohne, nach welchen es mit Hilfestellung sortiert. Ist es in der Lage, nacheinander von Farbe, Form und Größe zu abstrahieren? Kann es verschiedene Sortierkriterien kombinieren? Weiß es, dass es beim Zusammenfassen der Plättchen von bestimmten Eigenschaften absehen muss?

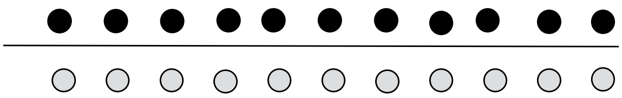
Mengenverständnis

Das Herstellen von Zuordnungen ist als Grundlage für das Erkennen von Mächtigkeitsrelationen eine entscheidende Voraussetzung der Zahlbegriffsbildung. Auch wenn Kinder bereits Zahlvergleiche anstellen können, kann es sein, dass sie keinerlei Vorstellung vom Wesen eines Quantitätsvergleichs besitzen. Von einer Sicherheit im Umgang mit Mengenrelationen kann erst ausgegangen werden, wenn das Kind sich von keiner Qualität des Diagnosematerials mehr irritieren lässt, als einzig relevantes Beurteilungskriterium also die pure Quantität stehen bleibt. Das Kind muss verstanden haben, was „mehr", „weniger" und „gleich viel" bedeutet, indem es Zuordnungen herstellt.

Um die Fähigkeit zur 1:1-Zuordnung zu überprüfen, sollten Gegenstände verschiedener Farbigkeit, jedoch ansonsten gleicher Eigenschaften (z. B. blaue und rote Plättchen) in ausreichender und unterschiedlicher Menge zur Verfügung gestellt werden. Der Lehrer unterteilt einen Block mit einem Strich in eine obere und eine untere Hälfte, baut dann auf der einen Seite eine Reihe von roten oder blauen Plättchen (in unserem Beispiel 13) auf und fordert das Kind auf, ohne zu zählen, eine gleiche Reihe mit der anderen Farbe darunter zu legen. Es sollte darauf hingewiesen werden, dass über und unter dem Strich gleich viele Plättchen liegen sollen. Wenn sich bei diesem Vorgehen Schwierigkeiten ergeben und sicher gestellt ist, dass das Kind die Anweisung verstanden hat, muss die Aufgabe eventuell variiert werden. Die Anzahl der Plättchen sollte aber keinesfalls so gering sein, dass sie schon simultan erfassbar wäre.

Im Folgenden wird exemplarisch auch für die anderen in diesem Artikel aufgeführten Überprüfungen dargestellt, dass es sich immer um in einer 1:1-Situation geführte „Interviews" handelt. Ideal wäre es, wenn diese Überprüfung mit jedem Kind der jeweiligen ersten Klasse gemacht würde und nicht nur mit denen, die ohnehin auffällig sind.

1. Aufgabe: Lehrer: „Ich lege dir jetzt mal eine Reihe Plättchen auf das Blatt. Bitte zähle nicht nach, wie viele es sind. Kannst du mir mit deinen Plättchen genauso eine Reihe darunter legen? Deine Reihe soll gleich viele Plättchen haben wie meine."



2. Aufgabe: „Dann bauen wir jetzt gemeinsam unsere Reihen. Erst legst immer du ein Plättchen, dann ich."

3. Aufgabe: „Jetzt machen wir es umgekehrt. Immer wenn ich ein Plättchen gelegt habe, legst du eins auf deine Seite."

Entscheidend ist, dass das Kind nach erfolgter Zuordnung nicht nur sicher angeben kann, dass auf beiden Seiten gleich viele Plättchen liegen, es sollte seine Antwort auch begründen können.

Mengenkonstanz – Ungleichmächtigkeit (mehr – weniger)

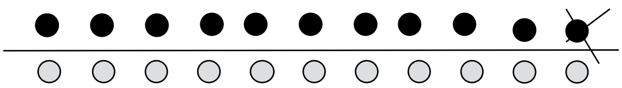
Dem Kind muss klar sein, dass über und unter dem Strich gleich viele Plättchen liegen.

Fragestellung: „Wie bekommst du es hin, dass unten mehr liegen als oben?"

Falls das Kind nicht zu einem Ergebnis kommt, nimmt der Lehrer von der oberen Reihe ein Plättchen weg und fragt das Kind, ob jetzt oben oder unten mehr Plättchen liegen oder ob es immer noch gleich viele sind.

Das Kind soll, ohne zu zählen, die Ungleichmächtigkeit aus der fehlenden Zuordnung spontan erkennen können. Die Richtung der Ungleichmächtigkeit sollte ebenfalls spontan erkannt werden. Kennt das Kind Strategien, die Gleichmächtigkeit wieder herzustellen, wenn auf einer Seite ein Plättchen entfernt worden ist?

<u>Beispiel:</u>



Lehrer: „Oben und unten liegen ja jetzt gleich viele Plättchen. Was ist denn, wenn ich hier oben eins wegnehme? Sind jetzt oben oder unten mehr oder sind es gleich viele?"

Sofern das Kind den Sinn der 1:1-Zuordnung verstanden hat, kann überprüft werden, ob das Kind auch quantitative Relationen herstellen kann. Dafür sollte der Lehrer erst 1, dann 3 Plättchen von einer Seite wegnehmen. (13:12, 13:10 Darstellung):

„Wie viele sind denn jetzt oben weniger/unten mehr?"

Folgende Frage ist bedeutsam: Erkennt das Kind (simultan), dass bei der 13:12-Zuordnung 1 mehr da ist oder zählt das Kind die gesamte Menge und antwortet „13 mehr"? Hat das Kind also verstanden, dass die Frage „wie viel mehr" die Frage nach einem Verhältnis zwischen beiden Mengen darstellt oder verwechselt es die Relation mit der Eigenschaft einer Menge?

Weiterhin ist wichtig, ob das Kind verstanden hat, dass 3 mehr auf der einen Seite auch 3 weniger auf der anderen Seite bedeuten, dass es sich also um dieselbe Relation von verschiedenen Seiten aus betrachtet handelt.

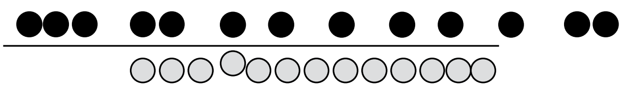
Invarianz (Abstraktion von der räumlichen Anordnung)

Die logische Leistung zur Invarianz beinhaltet, eine Menge in ihrer Mächtigkeit als unverändert zu begreifen, auch wenn sich ihre räumliche Anordnung verändert. Das Kind muss also bei einem Vergleich zweier in der Raumlage veränderter Mengen erkennen, dass das Verhältnis der Mächtigkeiten unverändert bleibt. Absehen muss es dabei von der Anordnung der Menge.

<u>Vorgehen:</u>
Nachdem deutlich betont wurde, dass nun wieder gleich viele Plättchen auf beiden Seiten des Strichs liegen, wird die eine Plättchenreihe zusammengeschoben. Diese Transformation findet unbedingt vor den Augen des Kindes statt. Sie kann auch vom Kind selbst vollzogen werden. Das Kind kann darauf hingewiesen werden, dass kein Plättchen entfernt und auch keines hinzugefügt wurde.

Wenn das Kind nicht spontan angeben kann, dass immer noch gleich viele Plättchen auf beiden Seiten liegen, sollten Hilfestellungen gegeben werden. Wichtig ist, dass das Kind begründen kann, warum die Mächtigkeitsrelation sich nicht geändert haben kann.

Sinnvolle Begründungen sind die Umkehrbarkeit der Handlung sowie die gleiche Anzahl der Elemente bzw. die Antwort: „Da ist ja keiner weggenommen oder dazugetan worden, also sind es noch gleich viele.“



Mengenzerlegung: Ganzes und Teile

Aufgrund des Enthaltenseins einer Menge in einer anderen ergibt sich, dass Mengen teilbar sind. Das Kind muss also erkennen, dass Mengen zusammengelegt eine dritte Menge bilden. Der Schluss von dem Einschluss einer Menge zu der logischen Kategorie der Teilmenge bildet dabei den Übergang zur Mengenzerlegung.

Es ist sinnvoll, grundlegende Überlegungen zum Verhältnis vom Gesamten zu seinen Teilen zunächst anhand von nicht abzählbaren Mengen zu überprüfen.

<u>Beispiel:</u>
Das Kind bekommt ein Stück Knete. Es soll die Knete zu einer Wurst rollen.

Lehrer: „Ist es jetzt mehr Knete geworden?“

Sofern das Kind sich sicher ist, dass es immer noch gleich viel Knete in der Hand hat, soll es begründen können, dass es nichts dazu bekommen oder abgegeben hat, also immer noch die gesamte Knete in der Hand hat.

Das Kind soll dann einen Teil der Knete abtrennen und zur Seite legen. Überprüfen Sie, ob das Kind sich sicher ist, dass es weniger Knete, also nur noch einen Teil davon in der Hand hat. Daraufhin soll das Kind angeben können, was es tun muss, um wieder die gesamte Knete in der Hand zu halten.

Entscheidend für diese Übung ist, ob das Kind ein Verständnis davon entwickelt hat, dass das Zusammenfügen der Teile wieder das Ganze ergibt und es nach Auflösung des Gesamten Teile des Gesamten vor sich liegen hat.

Das Kind kann sich im Rahmen der Übung auch Rechenschaft darüber ablegen, dass das Gesamte in mehr als zwei Teile aufteilbar und später wieder zusammenzufügen ist.

Bedeutung von Mengen-/ Zahlzerlegung für das Operationsverständnis

Derselbe Zusammenhang sollte anschließend mit abzählbaren Mengen überprüft werden.

<u>Aufgabe:</u>
Dem Kind werden 5 Plättchen auf den Tisch gelegt. Zu untersuchen ist, ob es eine mögliche Zerlegung erkennt und das Verhältnis des Gesamten zu seinen Teilen bestimmen kann. Überprüfen Sie, ob das Kind „+“ und „-“ als Symbole des Mengenhandelns versteht und daraus die Addition und Subtraktion, letztlich also 4 Rechenaufgaben, herleiten kann.

Häufig beobachtet man, dass rechenschwache Kinder besondere Schwierigkeiten mit der Subtraktion haben, weil ihnen das Verständnis des Zusammenhangs einer Subtraktionsaufgabe mit der dazugehörigen Mengenoperation fehlt. Insbesondere das Verständnis des Subtrahenden als Teil des Minuenden ist häufig nicht vorhanden. Kinder, die diesen Zusammenhang nicht verstanden haben und daher auf Rückwärts-Zählstrategien angewiesen bleiben, brauchen in der Regel deutlich mehr Zeit und machen – trotz hoher Konzentrationsleistung – mehr Fehler. Das ist frustrierend, und entsprechend entwickeln sie nicht selten eine deutliche Aversion gegen Subtraktionsaufgaben.

Es kommt recht häufig vor, dass Kinder, nachdem sie die Additionsaufgaben zur Zerlegung der 5 in 2 und 3 nahezu ohne Mühe und spontan erkannt haben, bei den Subtraktionsaufgaben erst zögern und danach 3-2 und 2-3 aufschreiben, weil sich die 2 räumlich von der drei entfernt oder umgekehrt. In diesem Fall sollte man das Kind bitten, die Subtraktionsaufgabe vorzumachen. Einige Kinder erkennen dann, dass das „irgendwie nicht sein kann" und kommen doch noch zu dem richtigen Ergebnis. Für diejenigen, die den Gedanken des Enthaltenseins des Subtrahenden im Minuenden nicht verstanden haben, gilt das aber nicht. Als Lehrer kann man hier durch gezielte Fragen Hilfestellungen geben.

„Was hast du weggenommen?"

„Wo hast du das rausgenommen?"

„Wie viele hattest du am Anfang?"

„Was bleibt über?"

„Wie könnten wir das aufschreiben?"

Eine weitere Möglichkeit besteht darin, die Kinder den Vorgang mit anderem Material – ihren Fingern – zeigen zu lassen. Oftmals fällt es ihnen leichter, den Gedanken des Enthaltenseins und seinen Bezug zur mathematischen Schreibweise der Subtraktion zu verstehen, wenn und da sich der durch Einklappen der Finger gezeigte Subtrahend nicht ganz so weit von den übrigen Fingern entfernt.

Fingerrechnen

In der Regel rechnen Kinder, die Schwierigkeiten im Anfangsunterricht haben, noch mit Anschauungsmaterialien, nahezu immer mit ihren Fingern. Das ist an sich nicht problematisch. Entscheidend ist dabei aber, *wie* die Kinder mit Anschauungsmaterialien rechnen. Ist es tatsächlich ein Handeln mit Mengen, oder nutzen die Kinder die Finger oder sonstige Materialien lediglich als Abzählhilfe?

Man sollte die Kinder daher dazu ermuntern, mit Fingern eine vorgegebene Aufgabe zu rechnen. Dabei ist bedeutsam, ob die Kinder bei der Subtraktion den Subtrahenden als Teil des Minuenden, des Ganzen erkennen.

<u>Aufgabe:</u>

8 - 5 = [ ]

Klappt das Kind, nachdem es zunächst acht Finger gezeigt hat, die fünf Finger einzeln ein? Zählt es dabei mit? Kann es eine Fünf simultan einklappen (Mengenhandeln)? Wo klappt es die Fünf ein? Nimmt es dabei eine ganze Hand weg? Kann es also mitten in der Acht mit dem Wegnehmen einer Teilmenge beginnen, oder zählt es von hinten herunter? Kann es, wenn direkt danach die Aufgabe

8 – 3 = [ ]

gefragt ist, die Nähe beider Aufgaben zueinander begründen, eventuell sogar mit Verweis auf die vertauschte Rolle der Teilmengen?

Überprüfung von Strategien beim kindlichen Rechnen

Als Erweiterung der Überprüfungsanregungen gilt, dass zu den Aufgaben des Fingerrechnens und denen des Abschnitts „Ganzes/Teile" eine Überprüfung der Intermodalitätsleistungen hilfreich sein kann. Die Kinder sollen passende **Rechengeschichten** entwickeln, die sie anhand von Plättchen darstellen. Gelingt dies zu Beginn des zweiten Halbjahres der ersten Klasse nicht sicher, ist dies ein erster Hinweis darauf, dass die Kinder noch kein angemessenes Verständnis der Operationen entwickelt haben.

Insgesamt ist es wichtig, dass bei der Überprüfung der Kompetenzen und Rechenleistungen darauf geachtet wird, dass das Kind die Aufgaben möglichst **prozessorientiert** bearbeitet. Es ist unter Umständen ergiebiger, nur 5 Aufgaben rechnen zu lassen und dabei die subjektiven Lösungsstrategien zu erfragen, als sich mit dem vollständig bearbeiteten Testbogen nachher die Gedankengängen des Kindes mühsam erschließen zu müssen. Der Schüler/die Schülerin sollte darauf hingewiesen werden, dass es weder auf Tempo noch auf richtige Lösungen ankommt. Es ist wichtig, dass die Frage „Wie hast du das gerechnet?" als völlig normal empfunden (Methode des „lauten Denkens") und nicht etwa als versteckter Hinweis auf eine Fehlleistung missverstanden wird.

Mit den dargestellten Überprüfungen zur Oberbegriffsbildung und der Sortierleistung sowie einzelner Facetten der Mengen- und Zahlbegriffsbildung und des Operationsverständnisses ist ein guter Einblick in die Grundlagen des mathematischen Denkens des betreffenden Kindes möglich. Sofern das gefragte Basiswissen nicht abgesichert vorliegt, wird das Kind auf lange Sicht kaum in der Lage sein, sich mit mathematischen Sachverhalten angemessen auseinander zu setzen. Ein Scheitern im Mathematikunterricht ist vorprogrammiert. Im Sinne der Prävention ist es dringend erforderlich, genau dieses Verständnis und die dazugehörigen Kompetenzen rechtzeitig aufzubauen.

Die hier angesprochenen Themen und Aufgabenstellungen sollen dabei als Handreichungen verstanden werden, durch Frühdiagnostik und dann mögliche punktgenaue Förderung eventuelle Probleme früh zu erkennen und ihnen rechtzeitig zu begegnen.

Unsinn im Zahlenland

Dr. Matthias Leder,
Osnabrücker Zentrum für mathematisches Lernen

Wissenschaftliche Studien zum Erwerb früher mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten zeigen, dass

(1) das mathematische Wissen, mit dem ein Kind eingeschult wird, einen hohen Vorhersagewert hat für seinen Schulerfolg im mathematischen Anfangsunterricht,

(2) die Kinder sich in der Menge und Qualität ihres Vorwissens erheblich unterscheiden,

(3) sich diese Unterschiede zwischen den Kindern keineswegs von selbst ausgleichen (vgl. Stern 2003, Krajewski 2008a, b, c, Gasteiger 2010, Weinhold Zulauf et al. 2003).

So erscheint es sinnvoll, einem guten Start in die Mathematik eine hohe Bedeutung beizumessen. Allen Kindern diesen guten Start in den Anfangsunterricht Mathematik zu ermöglichen, ist das Ziel mathematischer Förderprogramme für Vorschulkinder. Häufig sind sie auch mit dem Gedanken der Dyskalkulieprävention verbunden (vgl. Petermann 2003; Jacobs & Petermann 2003, Krajewski 2008b). Da die Mathematik ein besonders systematisches Wissensgebiet ist, dessen Teilgebiete logisch aufeinander aufbauen, kann davon ausgegangen werden, dass mangelnde Einsicht in grundlegende mathematische Prinzipien zu kumulierenden Missverständnissen führen kann. Dem früh entgegenzuwirken, ist eine zentrale pädagogische Aufgabe.

Eines der bekanntesten und verbreitetsten mathematischen Frühförderkonzepte im deutschsprachigen Raum trägt den Titel **„Komm mit ins Zahlenland“** (Friedrich et al. 2011). Inwieweit trägt dieses Konzept dazu bei, Kindergartenkindern grundlegende mathematische Einsichten – wie z. B. Mengenvergleiche, Zählprinzipien, Unterschied und Zusammenhang von kardinalem und ordinalem Zahlaspekt, die Teil-Ganzes-Beziehung und die Anzahlinvarianz[1] – zu vermitteln, die sie für einen erfolgreichen Start in die Schulmathematik benötigen? Was leistet es, um der Entwicklung einer Rechenschwäche vorzubeugen?

Kritisch unter die Lupe genommen wird im Folgenden ein Kernelement des Gesamtkonzepts: die Zahlenmärchen.

Die Grundidee der Zahlenmärchen besteht darin, die Zahlen als Hauptfiguren von Geschichten, mit denen die Kinder sich identifizieren können, Abenteuer erleben zu lassen, in die die verschiedenen Zahlaspekte integriert sind. Diese Abenteuer sollen spannend, lustig und interessant genug sein, um die Aufmerksamkeit der Kinder zu fesseln und sich ihnen einzuprägen. Angenommen wird, dass die Kinder die mathematischen Informationen nebenbei mitlernen. Die verschiedenen Zahlaspekte werden nicht systematisch behandelt, wiederholt und variiert, sondern sie tauchen einfach gelegentlich auf. Vergleichsweise häufig begegnen dem Leser der Operatoraspekt und der für Vorschulkinder recht anspruchsvolle Maßzahlaspekt[2], während der kardinale Zahlaspekt eher eine Nebenrolle spielt.

Welche Anforderungen dürfen an die Geschichten gestellt werden? Sicher ist es nicht sinnvoll, von Märchen zu verlangen, dass sie logisch und rational zu sein haben. In Märchen ist vieles erlaubt, das uns im wirklichen Leben nicht glaubwürdig erscheint. Etwa spricht nichts gegen die imaginäre Reise des Ich-Erzählers in der Geschichte der Drei, in der er sich unverhofft als Kapitän auf einem Piratenschiff wiederfindet und zu Neptun in sein Reich hinabtaucht, wo ihm drei Wünsche gewährt werden.

Bei den Zahlenlandgeschichten handelt es sich jedoch um didaktische Märchen mit einer pädagogischen Absicht. Sie dienen dazu, den Kindern Einsichten in die Grundlagen des mathematischen Denkens zu vermitteln. So kann von ihnen verlangt werden, dass die vermittelten Inhalte mathematisch sinnvoll, korrekt und

1 kardinaler Zahlaspekt: Die Zahl bezeichnet eine Anzahl (z. B. 7 Kinder auf einer Geburtstagsparty); ordinaler Zahlaspekt: die Zahl bezeichnet eine Position oder einen Rangplatz (z. B. der 1000. Besucher des Museums); Anzahlinvarianz: Die Größe einer Menge ist unabhängig von der Anordnung ihrer Elemente.

2 Operatoraspekt: Die Zahl gibt die Häufigkeit an, mit der eine Funktion ausgeführt wird (z. B. noch dreimal schlafen bis Weihnachten). Maßzahlaspekt: Die Zahl gibt eine Größe im Verhältnis zu einer Einheit an (z. B. 3 cm).

nachvollziehbar sind. Gelegentlich kann es diskussionswürdig sein, ob dies der Fall ist. Wenn z. B. die Zwei als eine Figur eingeführt wird, die „alles alles zweimal zweimal" sagt, erscheint das eher umständlich, und man fragt sich mit einer gewissen Sorge, wie es in der Geschichte der Drei sein wird. Aber das mag Geschmackssache sein. Wenn jedoch eine Geschichte in einer Art mathematischem Rätsel kulminiert, bei dem weder die Frage noch die Lösung einen Sinn ergeben, geht es nicht mehr nur um Geschmack. Ein solches Rätsel bildet den Höhepunkt der Geschichte der Eins, in der der Zahlenkobold Kuddelmuddel dem Einhorn sein Horn gestohlen hat.

> „‚Passt auf', wandte sich die Zahlenfee Vergissmeinnicht an Kuddelmuddel und die Eins, „‚ich stelle euch jetzt eine einzige Frage. Wer von euch beiden sie lösen kann, darf das Horn behalten. Hört gut zu. Was ist mehr als keins?' Der Kobold kratzte sich nachdenklich am Kinn, schüttete den Kopf und schnarrte: ‚Keine Ahnung. Wer soll so etwas denn wissen?' ‚Ich', jubelte Eins, ‚das bin ja ich! Ich bin Eins, bin mehr als keins, juchhuu!' ‚Dir gebührt das Horn', sagte die Fee lächelnd'" (Friedrich et al., S. 29).

Allein sprachlich ist Vergissmeinnichts Frage irritierend: Was will jemand wissen, der so fragt? „Was ist mehr als nichts?" wäre wenigstens grammatisch korrekt, wenn auch die Antwort „alles" wenig informativ ist. Aber „keins"? Kein was? Was bedeutet die Frage? Was soll womit verglichen werden? Um einen Sinn zu haben, müsste der Gegenstand der Frage spezifiziert werden: Was ist mehr als keine Apfelsine (keine Zeit / keine Idee)? Es gibt viele Antwortmöglichkeiten. Eine Apfelsine ist natürlich mehr als keine Apfelsine, zwei oder drei oder vier … Apfelsinen sind ebenfalls mehr.

Die Lösung in der Geschichte „‚ich', jubelte die Eins, ‚das bin ja ich'" wäre, mathematisch betrachtet, nur dann sinnvoll, wenn die Eins sich selbst als eine Menge betrachtete, was jedoch sehr sonderbar anmuten würde. Schließlich ist eine Person keine Menge. Der Begriff „mehr" impliziert aber einen Vergleich zweier Mengen bezüglich ihrer Größe.

Was lernen Kinder, die noch nicht wissen, was das Wort „mehr" bedeutet – viele Vierjährige unterscheiden noch nicht konsequent zwischen „viel" und „mehr" – in so einer Geschichte über den Vergleich zweier Mengen?

An zwei Beispielen soll im Folgenden geprüft werden, ob bzw. inwieweit die Zahlengeschichten geeignet sind, den Kindern Einsichten in grundlegende mathematische Prinzipien und die verschiedenen Zahlaspekte sowie ihre Zusammenhänge zu vermitteln.

Beispiel 1: Die Fünf hat Geburtstag

> Kurzgefasster Inhalt: Der Ich-Erzähler will seine Freunde, die Zahlen, besuchen, aber niemand ist zuhause. Er erwischt noch gerade die Vier, die in Eile ist, weil sie rechtzeitig beim Geburtstag der Fünf sein will. Vor dem Haus, in dem die Fünf wohnt, treffen die beiden auf die ebenfalls zur Feier eingeladenen Eins, Zwei und Drei, jedoch ein unerwartetes Problem tut sich auf: Die Zahlen können nicht ins Haus der Fünf hinein. Fünf Kinder drängen sich an ihnen vorbei und haben keine Schwierigkeit, gemeinsam das Haus zu betreten. Anscheinend muss man zu fünft sein, um hineingehen zu können. Was sollen die Zahlen tun?
>
> Die erlösende Idee stammt diesmal vom Ich-Erzähler: „Ihr müsst versuchen, eine Fünf zu bilden", rät er den Zahlen (ebd., S. 53). „Da hatten die Zahlen aber eine schwierige Rechenaufgabe zu lösen!" (ebd.)
>
> Nun nimmt die Eins die Vier an die Hand, und die Zwei nimmt die Drei an die Hand, denn „eins und vier macht zusammen fünf" und „zwei und drei ergibt ebenfalls fünf" (ebd.), und so können die Zahlen das Haus der Fünf betreten.
>
> Gemeinsam mit fünf Kindern von den fünf Kontinenten feiern sie bis tief in die Nacht.

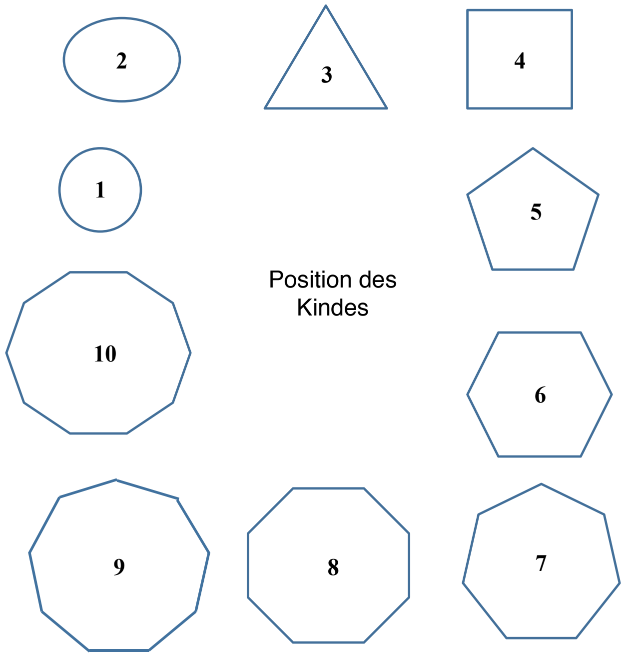


Abbildung: Die Anordnung der Zahlen und ihrer Gärten im Zahlenland

Was ist von dieser Geschichte zu halten? Was wird den Kindern vermittelt? Dass eins und vier zusammen fünf „macht" und zwei und drei ebenfalls fünf „ergibt"? Was bedeuten die Verben „machen" und „ergeben" in diesem Kontext? *Warum* machen bzw. ergeben eins und vier bzw. zwei und drei zusammen fünf? Woran kann man dies erkennen? Wie kann man es überprüfen? Wie kann ein Kind, das die Zahlzerlegung der 5 noch nicht kennt, dies verstehen?

In der Geschichte gehen jeweils zwei Figuren, die Zahlwörter als Namen tragen, in ein Haus hinein. Konsequent wäre in diesem Kontext, dass eins und vier zusammen zwei „machen“ und zwei und drei ebenfalls zwei „ergeben“, denn zwei Personen, die sich an der Hand fassen, sind und bleiben nun einmal zwei Personen. Für ihre Anzahl spielen ihre Namen schließlich keine Rolle. Wären denn die Drei und die Vier, wenn sie sich an der Hand nähmen, „mehr“ als ein aus Eins und Zwei bestehendes Paar? Was würde das Wort „mehr“ dann bedeuten? Impliziert „mehr“ nicht immer einen Vergleich? Was könnte hier in welcher Hinsicht sinnvoll verglichen werden?

Die Geschichte der Fünf vermischt die Ebene der Zahlwörter in für Kinder nicht nachvollziehbarer (und mathematisch unkorrekter) Weise mit Mengenvorstellungen und Zahlbeziehungen. Sie tut gewissermaßen so, als würde das Wort „Schokolade“ lecker schmecken. Lustig kann so ein Durcheinander bestenfalls für jemanden sein, der über alle genannten mathematischen Kenntnisse bereits verfügt, was bei Vorschulkindern jedoch keineswegs vorausgesetzt werden kann. Könnte man es, wäre ja auch kein Förderprogramm mehr erforderlich.

Sinnvolle Mathematik befasst sich mit dem Erforschen und Untersuchen von Zusammenhängen, so dass Schlussfolgerungen gezogen werden können, die sich *überprüfen* lassen[3]. Diese Selbstverständlichkeit jeder mathematischen Frühförderung wird hier nicht nur ignoriert, sondern ins Gegenteil verkehrt. Die Geschichte der Fünf stiftet Verwirrung: Als wäre die 5 so viel wie die 4, die 3 oder die 2, nämlich *eine* Person und keine unterschiedliche Mengenangabe – insofern, so ist zu hoffen, vergessen die Kinder sie ganz schnell wieder.

Beispiel 2: Die Geschichte der Zehn – im Treppenlabyrinth

> Kurzgefasster Inhalt: Am Ende der Zahlenstadt gelangt der Ich-Erzähler zum zehneckigen Turm der Zehn und möchte sie besuchen. Zehnmal zieht er am Klingelzug, bis ihm geöffnet wird. Die Zehn wohnt, wie es scheint, ganz oben im höchsten Zimmer ihres Turms. Zu ihr hinauf zu steigen, erweist sich als sehr schwierig, denn von Stockwerk zu Stockwerk gibt es mehr Treppen, zwischen denen der Ich-Erzähler sich zu entscheiden hat. Nachdem er bereits zwei Treppen hinaufgestiegen ist und sich nun drei Treppen gegenüber sieht, wählt er die mittlere und tritt durch ein Tor. Aber Erfolg versprechend sieht es für ihn nicht aus, denn: „‚oh je‘, rief ich aus, denn ich war wieder ganz am Anfang des Treppenlabyrinths angekommen. Hinter mir hörte ich Kuddelmuddel kichern“ (ebd., S. 83).
>
> Schließlich kann nur noch die Zahlenfee Vergissmeinnicht helfen, die dem verwirrten Ich-Erzähler eine Art Ariadnefaden in die Hand drückt. Dieser kommt nach zehnminütigem Nachdenken auf „die rettende Idee: Ich musste einfach nur zählen!“ (ebd.). Er schafft es, zur Zehn zu gelangen und kann nun mit ihr die „fantastische Aussicht über das Zahlenland“ genießen (ebd.).

Die Geschichte der Zehn ist ohne Frage die schwierigste der zehn Geschichten. Ich gebe zu: Nicht nur der Ich-Erzähler ist verwirrt, ich als Leser bin es auch. Es gelingt mir nicht, mir einen Reim auf den komplizierten Aufbau des Turms (bzw. seines Treppenhauses) zu machen, in dessen oberstem Zimmer die Zehn lebt. Der Umstand, dass der Ich-Erzähler, nachdem er zwei Treppen hinaufgestiegen ist, wieder am Ausgangspunkt angelangt, lässt mich an die bekannten Bilder des Künstlers M.C. Escher denken, auf denen die Figuren unentwegt aufwärts (bzw. abwärts) gehen können und doch immer wieder am Ausgangspunkt ankommen. Der Künstler verwendet Tricks und spielt mit den Mechanismen unserer Wahrnehmung, um auf diese Weise ihre Täuschungsanfälligkeit deutlich zu machen. Was aber soll die Geschichte den Kindern vermitteln? Sie legt die Vorstellung nahe, dass es schwierig und anstrengend ist, zur Zehn zu gelangen, dass sich die Anstrengung jedoch lohnt („fantastische Aussicht“), dass es eine große Leistung ist (die Kuddelmuddel dem Ich-Erzähler nicht zutraut) und dass man zählen muss, um es zu schaffen. Aber wozu sollte diese Vorstellung gut sein? Den meisten Vorschulkindern fällt es leicht, bis zehn zu zählen – worin besteht die große Leistung? Welche Aussicht können sie genießen, wenn sie es geschafft haben?

In der Geschichte kommt die 10 in verschiedenen Sinnzusammenhängen vor. Sie wohnt in einem zehneckigen Turm, und auch ihr Dachzimmer ist zehneckig (geometrischer Aspekt), der Ich-Erzähler zieht zehnmal am Klingelzug (Operatoraspekt) und denkt zehn Minuten nach (Maßzahlaspekt), bevor er auf die entscheidende Idee kommt. Liefern diese Zusammenhänge den Kindern wertvolle Informationen über die Zahl 10?[4] Werden sie von den Kindern überhaupt bemerkt? Können sich Vorschulkinder unter einem Zehneck etwas vorstellen, können sie es bspw. von einem Achteck unterscheiden? Haben sie eine Vorstellung davon, wie lange zehn Minuten dauern? Und falls ja: Muss man bei der Zehn über alles zehn Minuten lang nachdenken? Wie umständlich wäre das! Warum muss der Ich-Erzähler bei der Zehn ei-

3 Kritik, die in eine ähnliche Richtung zielt, findet sich u.a. auch bei Krajewski (2008b, S. 366) und Gasteiger (2010, S. 83f.).

4 Vielleicht möchten die Autoren vor allem den Eindruck vermitteln, 10 sei sehr viel bzw. sehr groß. Denn wer wohnt schon in einem zehnstöckigen Turm in einem Zimmer mit zehn Ecken, wo muss zehnmal geklingelt und zehn Minuten lang nachgedacht werden? Aber ob zehn viel ist oder nicht, hängt natürlich vom Kontext ab: Die Vorstellung von 10 Lehrern in einem Klassenzimmer lässt Schüler erschauern, für 10 Kirschen auf einem Kirschbaum lohnt es sich hingegen kaum, hinaufzuklettern.

gentlich zehnmal am Klingelzug ziehen, während bei der Drei dreimaliges Klopfen genügt? Ist die Zehn etwa schwerhörig?

Was an der Geschichte sind zufällige Ausschmückungen, was hingegen trägt eine Bedeutung? Welche Erkundungsmöglichkeiten bietet die Geschichte den Kindern? Können sie bspw. ein Bild malen, wie der Turm der Zehn von innen aussehen könnte? Oder die Geschichte nachspielen? Welchen Neuigkeitswert hat die Geschichte für die Kinder, wo gibt es etwas Überraschendes oder Anregendes? Wo findet sich etwas, das sie zu sich selbst und ihrer Lebenswelt in Beziehung setzen können?

Trotz ihrer netten Aufmachung sind die Zahlenmärchen nicht nur mathematisch eine Enttäuschung. Immer wieder setzen sie genau diejenigen Kenntnisse, die angeblich gefördert werden sollen, als bereits vorhanden voraus und offenbaren damit geradezu exemplarisch die inhaltlichen und methodischen Schwächen des Gesamtkonzepts.

Literatur:

Friedrich, G., de Galgóczy, V., Schindelhauer, B. (2011). *Komm mit ins Zahlenland*, 2. überarbeitete Aufl.; Freiburg im Breisgau: Verlag Herder.

Gasteiger, H. (2010). Elementare mathematische Bildung im Alltag der Kindertagesstätte: Grundlegung und Evaluation eines kompetenzorientierten Förderansatzes. Münster: Waxmann Verlag.

Jacobs, C. & Petermann, F. (2003). Dyskalkulie – Forschungsstand und Perspektiven. *Kindheit und Entwicklung*, 12 (4), 197-211; Göttingen: Hogrefe.

Krajewski, K. (2008a). *Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule*, 2. korrigierte Auflage. Hamburg: Verlag Dr. Kovac.

Krajewski, K. (2008b). Prävention der Rechenschwäche. In: W. Schneider & M. Hasselhorn (Hrsg.), *Handbuch der Psychologie, Bd. Pädagogische Psychologie* (S. 360-370). Göttingen: Hogrefe.

Krajewski, K. (2008c). Vorschulische Förderung mathematischer Kompetenzen. In: F. Petermann & W. Schneider (Hrsg.), *Enzyklopädie der Psychologie, Reihe Entwicklungspsychologie, Bd. Angewandte Entwicklungspsychologie* (S. 275-304). Göttingen: Hogrefe.

Petermann, F. (2003). Legasthenie und Rechenstörung – Einführung in den Themenschwerpunkt. *Kindheit und Entwicklung*, 12 (4), 193-196; Göttingen: Hogrefe.

Stern, E. (2003). Lernen ist der mächtigste Mechanismus der kognitiven Entwicklung: Der Erwerb mathematischer Kompetenzen. In W. Schneider & M. Knopf (Hrsg.), *Entwicklung, Lehren und Lernen: Zum Gedenken an Franz Emanuel Weinert*. Göttingen: Hogrefe.

Weinhold Zulauf, Schneider & von Aster (2003). Das Kindergartenalter: Sensitive Periode für die Entwicklung numerischer Fertigkeiten. *Kindheit und Entwicklung*, 12 (4), 222-230; Göttingen: Hogrefe.

Abziehen, Vergleichen und Ergänzen in der Subtraktion: Das kommt aufs Gleiche raus, ist aber nicht das Gleiche

von Christiane Graefen
Institut z. Behandlung der Rechenschwäche/Dyskalkulie München

Wenn Schüler beim Subtrahieren Fehler machen, wird in der Regel von Eltern, aber auch von Lehrern mangelnde Beherrschung der Technik diagnostiziert und daher weiteres Üben empfohlen. Wir müssen allerdings in unserer Arbeit immer wieder feststellen, dass die bekannten Fehler bei Platzhalteraufgaben und bezüglich der Rechenrichtung oftmals dem mangelnden Verständnis der Logik der Subtraktion geschuldet ist. Deshalb sollen hier die durchaus unterschiedlichen Aspekte dieser Rechenart dargestellt werden.

Die Subtraktion beantwortet zwei unterschiedliche Fragestellungen. Erstens: Wie groß ist die verbleibende Teilmenge (TM), wenn die Ausgangsmenge (AM) um eine andere Teilmenge (TM) verkleinert wurde?

Die zweite Fragestellung lautet: Wie groß ist der Größenunterschied zwischen zwei Zahlen (Vergleichen), bzw. wie viel muss man zur kleineren Zahl hinzufügen, damit beide Zahlen gleich groß sind (Ergänzen).

1. Subtraktion als Abziehen

Beim **Abziehen** gehen wir von einer Ausgangsmenge aus. Diese gegebene Ausgangsmenge wird verringert, eine in ihr vorhandene Teilmenge wird weggenommen.

Der Subtrahend ist eine echte Teilmenge des Minuenden. Er stellt keine zweite, vom Minuenden getrennte Zahl dar. Dies ist eine falsche Auffassung, die vielen Schülern das Verständnis der Subtraktion erschwert. Der Schüler denkt an dieser Stelle: es ist so wie bei plus, da kommen auch zwei für sich existierende Zahlen zusammen. Die symbolische Schreibweise - mit Zahlen, Vergleichs- und Rechenzeichen – befördert den Anschein, es handele sich um 3 eigenständige, von einander getrennte Zahlen, denn es werden drei Zahlen geschrieben: eine, die größte, steht vorne, eine, die dazukommt und die erstere kleiner macht, und eine dritte, die Ergebnis heißt. So stellt es sich für viele Schüler dar.

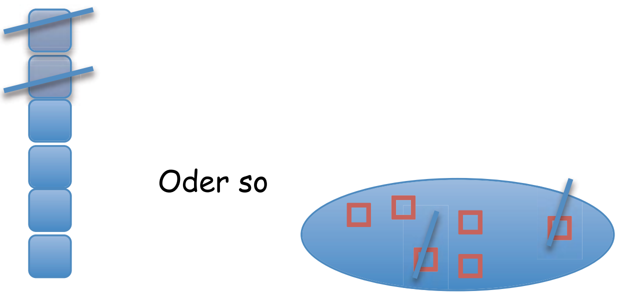


Abb.: Die Ausgangsmenge wird um so viele Elemente verkleinert, wie es der Subtrahend angibt. 6 – 2

Das Abziehen bildet eine *Rechenhandlung* ab, gibt eine Dynamik wieder: erst war es mehr, dann wurde etwas weggenommen, dann ist weniger übrig geblieben.

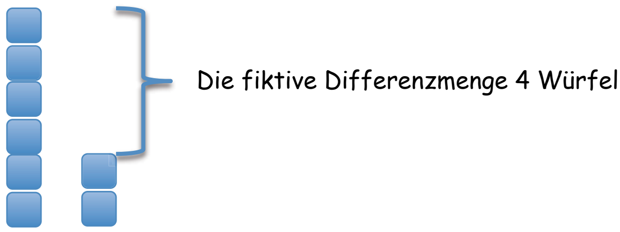
Das Resultat der Rechenhandlung ist die real existierende (Rest-)menge von Elementen: die Differenz. Diese Ergebniszahl gibt an, wie viel übrig bleibt.

Mengentheoretisch gesprochen sind die Elemente von Subtrahend und Differenz identisch mit den Elementen des Minuenden.

2. Subtraktion als Größenvergleich

Der nächste Aspekt ist der des **Vergleichs**. *Um wie viel* ist die Zahl 6 größer als die Zahl 2? Hier wird wirklich mit zwei Zahlen gearbeitet.

Man kann die Frage auch so formulieren: Wie viele Einer hat die 6, die die 2 *nicht* hat? Die Antwort, 4, beschreibt hier eine Menge, die es real gar nicht gibt. Sie bildet die fiktive Differenzmenge zwischen den beiden zu vergleichenden Zahlen.



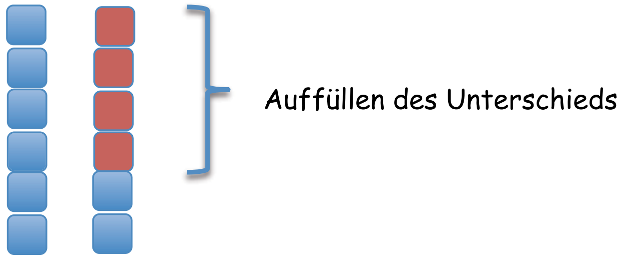
Der Vergleich ist eine analytische, statische Betrachtung. Die beiden gegebenen Mengen verändern sich nicht.

Die Elemente der beiden zu vergleichenden Mengen müssen nicht unbedingt von der gleichen Art sein. Man könnte auch fragen: Um wie viele Elemente ist die Menge 6 Dreiecke größer als die Menge 2 Kreise?

Der lateinische Name des Ergebnisses bei der Subtraktion, also das Wort „Differenz", passt zu diesem Aspekt des Größenvergleichs ganz genau. Denn Differenz bedeutet ja „Unterschied", der bei diesem Vergleich ermittelt wird.

3. Ergänzen:

Die erweiterte Fragestellung des **Ergänzens** lautet: Wie viel muss ich zu einer Zahl hinzufügen, damit sie so groß ist wie eine zuvor größere Zahl? Hier: Wie viel muss ich zu 2 hinzufügen, damit es 6 sind?



Hierbei muss die Menge 6 nicht unbedingt gegeben sein (wie im Bild), sie kann auch nur als zunächst gedachte Zielmenge fungieren. Vorhanden ist die Menge 2, die so lange vergrößert werden soll, bis sie eine Menge mit 6 Elementen geworden ist.

Es wird also zur Menge 2 etwas hinzugefügt. Es handelt sich wieder um eine Rechenhandlung, diesmal aber um eine dezidierte Addition. Die gegebene Zahl oder Menge wird vergrößert, bis der Unterschied zur Zielzahl nicht mehr existiert, also 0 ist. Die Menge 2 wird aufgefüllt, bis sie eine 6 geworden ist.

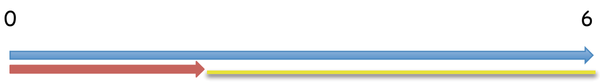
4. Abziehen und Ergänzen: ihre Darstellung am Zahlenstrahl:

4.1. Darstellung des Abziehens am Zahlenstrahl

6 - 2 = 4

Beim Abziehen geht man vom Ende der Strecke für den Minuenden (blaue Strecke) um den Betrag des Subtrahenden (rote Strecke) nach links, zurück in Richtung 0. Die (gelbe) Differenzstrecke reicht von 0 bis zum Ende der Strecke für den Subtrahenden.

4.2. Darstellung des Ergänzens am Zahlenstrahl



2 + 4 = 6

Vergleichen/Ergänzen: 2 Strecken werden von 0 aus am Zahlenstrahl unter einander gelegt.

Unter die (blaue) Strecke für den Minuenden 6 wird die (rote) Strecke für den Subtrahenden gelegt. Die (gelbe) Strecke für die Differenz geht vom Ende der Strecke für den Subrahenden bis zum Ende der Strecke für den Minuenden.

5. Fazit

Wir haben also drei recht unterschiedliche Aspekte: beim Abziehen eine echte Minushandlung, beim Vergleichen die Feststellung eines Unterschieds und beim Ergänzen eine Plushandlung.

Stellt man sich diese Rechnungen als Materialhandlungen oder ikonische Darstellungen (wie in unseren Beispielen) vor, sehen sie dementsprechend unterschiedlich aus. Die Schreibweise in den beiden Rechnungen drückt das auch aus:

Abziehen: $6 - 2 = x$

Vergleich/Ergänzen: $2 + x = 6$

Mathematisch betrachtet gibt x in beiden Fällen die Differenz zwischen 2 und 6 wieder. Für den Schüler kann es aber schwierig sein, zu begreifen, dass es sich um die gleiche Zahl handelt. Denn beim Abziehen rechnet man minus und beim Ergänzen rechnet man plus.

Wenn der Zusammenhang im Unklaren bleibt, dann verschwimmen einem Kind die Unterschiede zwischen plus und minus, dann sind auf einmal alle Umdrehungen erlaubt. Und die Erwachsenen bestärken unter Umständen ungewollt den Eindruck der Beliebigkeit mit Tipps wie: „Wenn dir die Aufgabe (das ist meist die Minusaufgabe) zu schwierig ist, dann dreh sie einfach herum. Rechne statt 13 minus 9 doch einfach 9 + wie viel = 13“. Gerade war plus noch das Gegenteil von minus, jetzt kann man mit einer Plusaufgabe eine Minusaufgabe ausrechnen. Da wird es manchem Schüler schwindelig, und der Ausweg ist dann das Auswendiglernen eines Merksatzes:

„Wenn bei Minus vorne das Kästchen steht, dann ist es eine Plusaufgabe.“

„Wenn bei Plus vorne das Kästchen steht, dann ist es eine Minusaufgabe.“

Usw.

Verein für Lerntherapie und Dyskalkulie e.V.

Internet:
www.dyskalkulie.de
E-Mail:
verein@dyskalkulie.de

Impressum:
Herausgeber: Verein für Lern- und Dyskalkulietherapie, München, Brienner Straße 48
Redaktion: Alexander v. Schwerin (verantwortlich), Beate Lampke, München
Christian Bussebaum, Elke Focke, Düsseldorf;
Wolfgang Hoffmann, Dortmund; Rudolf Wieneke, Berlin
Layout und Satz: Schmidt Media Design, München

ILSA 1

Individuums- und **L**ernentwicklungszentriertes **S**creening **A**rithmetik

Screening- & Förderprogramm für den Beginn der Klasse 1

Wir haben ILSA für alle Kinder entworfen, für die lernschwachen und auch die lernstarken. ILSA wurde zur Erweiterung der Hilfeangebote für Schulen entwickelt: ILSA ist ein Screening- und Förderprogramm für den mathematischen Anfangsunterricht.

ILSA 1 ist ...

- ein qualitatives, schulalltagstaugliches Screening im Interview-Verfahren für den Beginn der ersten Klasse. Es ist qualitativ im Sinne einer Lernprozessanalyse für alle Kinder der ersten Jahrgangsstufe angelegt inkl. Kontrollfunktion für das Ende des Schuljahres.
- ein Förderprogramm, das mit dem Eintritt in die Schule für alle Kinder angewandt werden kann. Es integriert sich in gängige Didaktikmodelle, ist für Inklusionskinder und gute Schüler einsetzbar und kann in der Klassengemeinschaft oder im Förderunterricht angewandt werden.

Die ILSA-Fortbildung umfasst drei Fortbildungstage:

- theoretische Grundlagen der Zahlbegriffsbildung
- Auswertung des Screenings mit Videobeispielen
- Einsatz der Dokumentations- und Trainingssoftware

Die Fortbildungen für die Lehrkräfte finden zentral in Braunschweig statt. Bei größerer regionaler Nachfrage (ab etwa zehn Schulen) ist die Durchführung auch an einer Einrichtung vor Ort möglich.

Die Schule erhält eine umfangreiche Materialsammlung: u. a. den ILSA-Kasten mit den Zahlenkarten, 100 Screening-Bögen, Begleitbücher und die Auswertungs- und Trainings-Software. Nach Erwerb der Lizenz enstehen der Schule keine Folgekosten.

Interesse am Einsatz von ILSA?

Bei Interesse an dem Einsatz von ILSA an Ihrer Schule nehmen Sie bitte unverbindlich Kontakt mit uns auf. Sie erhalten dann weitere Informationen über das Screening-Konzept, Fortbildungstermine und die Kosten für Fortbildung, Material und Lizenzierung.

ILSA@zahlbegriff.de oder Tel. 0531-12167750

Entwicklung:

MATHEMATISCH LERNTHERAPEUTISCHES ZENTRUM (MLZ)
Dortmund - Bochum - Lüdenscheid

Mathematisch Lerntherapeutisches Institut (MLI)
Düsseldorf

IML

Institut für Mathematisches Lernen Braunschweig

Beratungs- und Forschungseinrichtung
zur Diagnose, Therapie und Prävention
der Rechenschwäche/Dyskalkulie

- Qualitative Förderdiagnose
- Wissenschaftliche Beratung
- Integrative Lerntherapie
- Spezifische Lehrerfortbildung

So erreichen Sie das IML Braunschweig
38100 Braunschweig, Steinweg 4 (Haltestelle Rathaus)
Telefon 05 31-12 16 77 50, Fax 05 31-12 16 77 59
per E-Mail: info@iml-braunschweig.de
im Internet: http://www.iml-braunschweig.de
Telefonsprechstunde: Di–Do, 12–14 Uhr
(nicht in den Ferien)

Schulinterne Lehrkräftefortbildung (SchiLF)
Wir sind offizieller Fortbilder des Kompetenzzentrums Lehrerfortbildung der TU Braunschweig und bieten u. a. folgende Seminare an:

- **Qualitative Diagnostik von Rechenschwäche**
  Erkennen von Dyskalkulie im diagnostischen Gespräch
- **Prävention/Vorbeugung in der ersten Klasse**
  Prozessbegleitende Beobachtung und Gegenstrategien
- **Rechenschwäche in der Sekundarstufe I**
  Probleme mit Dyskalkulie in weiterführenden Schulen

Haben Sie Interesse an einer Veranstaltung, so fordern Sie von uns bitte unser ausführliches Fortbildungsprogramm an.

Abonnement unserer halbjährlichen Zeitschrift
Der Bezug von „Kopf und Zahl“ ist beim IML Braunschweig sowohl in elektronischer als auch in gedruckter Form möglich. Bitte beachten Sie hierfür das beiliegende Bestellformular.

Das IML Braunschweig ist Mitglied im

Arbeitskreis des Zentrums für angewandte Lernforschung
(gemeinnützige Gesellschaft mbH)

http://www.arbeitskreis-lernforschung.de

Auf der Homepage finden Sie viele weitere Informationen zur Thematik Dyskalkulie, Buchtipps und einen Pressespiegel.